

**WYMAGANIA EDUKACYJNE**  
**MATEMATYKA**  
**Klasa II – poziom rozszerzony**

1. Realizowany programu nauczania: Matematyka. Solidnie od podstaw. Program nauczania w liceach i technikach. Zakres podstawowy Autor: Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda, Tomasz Szwed. Wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro

2. Podręcznik i zbiór zadań:

- Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda. Matematyka. Podręcznik do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 2; Wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro. Numer dopuszczenia w zestawie MEN: 979/2/2020
- Marcin Kurczab, Elżbieta Kurczab, Elżbieta Świda. Matematyka. Zbiór zadań do liceów i techników. Zakres rozszerzony. Klasa 2. Wydawnictwo: Oficyna Edukacyjna Krzysztof Pazdro

3. Tytuły realizowanych działań:

- Przekształcenia wykresów funkcji
- Równania i nierówności z wartością bezwzględną i z parametrem.
- Funkcja kwadratowa
- Geometria płaska – okręgi i koła
- Trygonometria
- Geometria analityczna
- Geometria płaska – rozwiązywanie trójkątów, pole trójkąta, pole koła
- Wielomiany

4. Sposoby sprawdzania osiągnięć edukacyjnych.

- Sprawdzamy: wiadomości, stopień zrozumienia wiedzy, sposób przekazywania wiadomości (w formie pisemnej i ustnej), umiejętność stosowania wiadomości, aktywność na lekcji.
- Formy sprawdzania wiadomości i umiejętności:
  - kartkówki,
  - zadania klasowe,
  - sprawdziany z bieżącego materiału,
  - sprawdziany z materiału obejmującego treści realizowane w klasach programowo niższych, w celu przypomnienia, powtórzenia i utrwalenia wiadomości i umiejętności

niezbędnych w wymaganiach edukacyjnych i zgodnych z podstawą programową po uprzednim ustaleniu zakresu powtórki,

- odpowiedzi ustne,
- projekty,
- pisemne lub ustne opracowanie zadania lub tematu w domu.

5. Orientacyjny sposób przeliczania liczby punktów uzyskanych ze sprawdzianów (wyrażonej w procentach) na stopnie szkolne.

Procent maksymalnej liczby punktów	Stopnie ze sprawdzianu
0% - 34%	niedostateczny
35% - 51%	dopuszczający
52% - 74%	dostateczny
75% - 89%	dobry
90% - 100%	bardzo dobry

**Możliwe jest otrzymanie oceny poprzedzonej „+” i „-” dla skrajnych wartości przedziałów określających daną ocenę.**

6. Uczeń może otrzymać ocenę **+ bardzo dobrą** ze sprawdzianu, jeśli otrzyma ocenę bardzo dobrą i rozwiąże zadanie dodatkowe o podwyższonym stopniu trudności z błędem np. rachunkowym.

Uczeń może otrzymać ocenę **celującą** ze sprawdzianu, jeśli otrzyma ocenę bardzo dobrą i rozwiąże bezbłędnie zadanie dodatkowe o podwyższonym stopniu trudności.

7. W ocenianiu śródrocznym i rocznym ocenę celującą otrzymuje uczeń, który:

- a) w wysokim stopniu opanował wiedzę i umiejętności określone przez programu nauczania przedmiotu w danej klasie, samodzielnie i twórczo rozwija własne uzdolnienia,
- b) biegle posługuje się zdobytymi wiadomościami w rozwiązywaniu problemów teoretycznych lub praktycznych z programu nauczania danej klasy, proponuje rozwiązania nietypowe, rozwiązuje także zadania wykraczające poza program nauczania tej klasy lub osiąga sukcesy w konkursach i olimpiadach przedmiotowych.

8. W przypadku nieobecności nieusprawiedliwionej lub gdy uczeń unika wyznaczenia terminu, nauczyciel ma prawo zobowiązać go do napisania sprawdzianu w terminie przez siebie wyznaczonym, bez wcześniejszego poinformowania ucznia.

9. Jeśli nieobecność na sprawdzianie spowodowana jest dłuższą chorobą lub inną usprawiedliwioną nieobecnością, termin sprawdzianu ustala się indywidualnie z nauczycielem i może on przekroczyć dwa tygodnie.

10. Uczeń, który opuścił 25% godzin z danego przedmiotu, ma obowiązek poddać się kontroli mającej za cel sprawdzenie znajomości tych partii materiału, podczas realizacji których był nieobecny.

11. Uczeń ma prawo do poprawy oceny niedostatecznej ze sprawdzianu w ciągu dwóch tygodni od informacji o otrzymanej ocenie niedostatecznej.

12. Na dzień przed posiedzeniem Rady Pedagogicznej nauczyciele informują uczniów o śródrocznych ocenach klasyfikacyjnych. Ocena śródroczna nie ulega zmianie.

13. Na co najmniej tydzień przed klasyfikacyjnym posiedzeniem Rady Pedagogicznej, uczniowie są informowani o przewidywanych rocznych ocenach klasyfikacyjnych. Rodzice lub prawni opiekunowie uczniów niepełnoletnich oraz uczniowie pełnoletni mają prawo do złożenia podania o egzamin podwyższający ocenę przewidywaną o ile spełniają następujące warunki:

- Nie opuścił bez usprawiedliwienia więcej niż dwie godziny z danego przedmiotu,
- Pisał wszystkie sprawdziany w pierwszym lub dodatkowym terminie,
- Na bieżąco korzystał z możliwości poprawy ocen z prac pisemnych, odpowiedzi ustnych, zadań domowych wynikających z WSO i PSO.

14. Nauczyciel ma prawo wprowadzić własne zasady obowiązujące na lekcji, nie mogą one jednak być sprzeczne ze Statutem Szkoły.

15. Wymagania na poszczególne stopnie szkolne.

Przyjmujemy, że uczeń spełnia wymagania na ocenę wyższą, jeśli spełnia jednocześnie wymagania na ocenę niższą oraz dodatkowe wymagania. Zatem:

**Wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dostateczną zawierają wymagania na ocenę dopuszczającą.**

**Wymagania na ocenę dobrą zawierają wymagania na ocenę dostateczną i dopuszczającą**

**Wymagania na ocenę bardzo dobrą zawierają wymagania na ocenę dobrą, dostateczną i dopuszczającą**

**Wymagania na ocenę celującą zawierają wymagania na ocenę bardzo dobrą, dobrą, dostateczną i dopuszczającą**

## I. PRZEKSZTAŁCENIA WYKRESÓW FUNKCJI

1	Wektor w układzie współrzędnych – podstawowe informacje
2	Przesunięcie równoległe. Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OX
3	Przesunięcie równoległe wzdłuż osi OY
4	Symetria osiowa. Symetria osiowa względem osi OX i OY
5	Symetria środkowa. Symetria środkowa względem punktu (0,0)
6	Wykres funkcji $y =  f(x) $ oraz $y = f( x )$
7	Wykres funkcji $y = k \cdot f(x)$ oraz $y = f(k \cdot x)$ , gdzie $k \neq 0$
8	Szkicowanie wykresów wybranych funkcji
9	Zastosowanie wykresów funkcji do rozwiązywania równań i nierówności

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna określenie wektora i potrafi podać jego cechy;	potrafi obliczyć współrzędne początku wektora (końca wektora), gdy dane ma współrzędne wektora oraz współrzędne końca (początku) wektora
potrafi obliczyć współrzędne wektora, mając dane współrzędne początku i końca wektora	potrafi stosować własności wektorów równych i przeciwnych do rozwiązywania zadań
potrafi wyznaczyć długość wektora (odległość między punktami na płaszczyźnie kartezjańskiej)	potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w przesunięciu równoległym o dany wektor
zna określenie wektorów równych i wektorów przeciwnych	potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$

potrafi wykonywać działania na wektorach: dodawanie, odejmowanie oraz mnożenie przez liczbę (analitycznie)	umie podać własności funkcji: $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ , $y = -f(-x)$ w oparciu o dane własności funkcji $y = f(x)$
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii osiowej względem osi OX oraz osi OY	potrafi zapisać wzór funkcji, której wykres otrzymano w wyniku przekształcenia wykresu funkcji $f$ przez symetrię osiową względem osi OX, symetrię osiową względem osi OY, symetrię środkową względem początku układu współrzędnych, przesunięcie równoległe o dany wektor.
potrafi podać współrzędne punktu, który jest obrazem danego punktu w symetrii środkowej względem punktu (0,0)	
potrafi narysować wykres funkcji $y = f(x) + q$ , $y = f(x - p)$ , $y = f(x - p) + q$ , $y = -f(x)$ , $y = f(-x)$ oraz $y = -f(-x)$ w przypadku, gdy dany jest wykres funkcji $y = f(x)$	

DOPEŁNIAJĄCE	
	potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań typowych o podwyższonym stopniu trudności
	potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE	
W	
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania (o podwyższonym stopniu trudności), dotyczące przekształceń wykresów funkcji oraz własności funkcji	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;
potrafi stosować własności przekształceń geometrycznych przy rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;
potrafi stosować własności działań na wektorach w rozwiązywaniu zadań o średnim stopniu trudności	zna prawa dotyczące działań na wektorach;
	potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;
	potrafi naszkicować wykres funkcji, którego sporządzenie wymaga kilku poznanych przekształceń

## II. RÓWNANIA I NIERÓWNOŚCI Z WARTOŚCIĄ BEZWZGLĘDNĄ I PARAMETREM.

1	Wartość bezwzględna liczby rzeczywistej
2	Odległość między liczbami na osi liczbowej
3	Geometryczna interpretacja wartości bezwzględnej na osi liczbowej
4	Proste równania z wartością bezwzględną
5	Proste nierówności z wartością bezwzględną
6	Własności wartości bezwzględnej
7	Równania z wartością bezwzględną
8	Nierówności z wartością bezwzględną
9	Równanie liniowe z parametrem
10	Nierówność liniowa z parametrem
11	Równanie liniowe z wartością bezwzględną i z parametrem
12	Układ równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi z parametrem

Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję wartości bezwzględnej liczby rzeczywistej i jej interpretację geometryczną	potrafi zaznaczyć na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności z wartością bezwzględną typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  > b$
potrafi obliczyć wartość bezwzględną liczby	potrafi uprościć wyrażenie z wartością bezwzględną dla zmiennej z danego przedziału

umie zapisać i obliczyć odległość na osi liczbowej między dwoma dowolnymi punktami	potrafi na podstawie zbioru rozwiązań nierówności z wartością bezwzględną zapisać tę nierówność
rozwiązuje proste równania z wartością bezwzględną typu $ x - a  = b$	wyznacza na osi liczbowej współrzędne punktu odległego od punktu o danej współrzędnej o daną wartość
zaznacza na osi liczbowej liczby o danej wartości bezwzględnej	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
rozwiązuje równania oraz nierówności z wartością bezwzględną metodą graficzną	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem
	rozwiązuje algebraicznie i graficznie równania oraz nierówności z wartością bezwzględną o podwyższonym stopniu trudności

WYKRACZAJĄCE
W
rozwiązuje zadanie nietypowe, o podwyższonym stopniu trudności;

### III. FUNKCJA KWADRATOWA.

1	Związek między wzorem funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, a wzorem funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej
2	Miejsce zerowe funkcji kwadratowej. Wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej
3	Szkicowanie wykresów funkcji kwadratowych. Odczytywanie własności funkcji kwadratowej na podstawie wykresu
4	Wyznaczanie wzoru funkcji kwadratowej na podstawie jej własności.
5	Najmniejsza oraz największa wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym
6	Badanie funkcji kwadratowej – zadania optymalizacyjne
7	Równania kwadratowe
8	Równania prowadzące do równań kwadratowych
9	Nierówności kwadratowe
10	Zadania prowadzące do równań i nierówności kwadratowych
11	Równania i nierówności, w których niewiadoma występuje pod znakiem pierwiastka kwadratowego
12	Wykres funkcji kwadratowej z wartością bezwzględną
13	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną
14	Wzory Viete'a
15	Równania i nierówności kwadratowe z parametrem
16	Równania i nierówności kwadratowe z wartością bezwzględną i parametrem

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
potrafi naszkicować wykres funkcji kwadratowej określonej wzorem $y = ax^2$ , gdzie $a \neq 0$ , oraz omówić jej własności na podstawie wykresu;	potrafi zastosować własności funkcji kwadratowej do rozwiązywania prostych zadania optymalizacyjnych;
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci ogólnej i kanonicznej;	potrafi rozwiązywać zadania prowadzące do równań kwadratowych z jedną niewiadomą (w tym także zadania geometryczne);
potrafi, bez użycia wzorów w wybranych przypadkach, obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi przeanalizować zjawisko z życia codziennego opisane wzorem (wykresem) funkcji kwadratowej;
potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;	potrafi opisać dane zjawisko za pomocą wzoru funkcji kwadratowej;
potrafi na podstawie wykresu podać własności funkcji kwadratowej oraz odczytać zbiór tych argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne;	
zna wzór funkcji kwadratowej w postaci iloczynowej $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ , gdzie $a \neq 0$	potrafi obliczyć współrzędne wierzchołka paraboli na podstawie poznanego wzoru oraz na podstawie znajomości miejsc zerowych funkcji kwadratowej;
zna wzory pozwalające obliczyć: wyróżnik funkcji kwadratowej, współrzędne wierzchołka paraboli, miejsca zerowe funkcji kwadratowej (o ile istnieją)	rozwiązuje nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta \leq 0$
odczytuje wartości pierwiastków na podstawie postaci iloczynowej	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej o zadanych własnościach;
potrafi obliczyć miejsca zerowe funkcji kwadratowej lub uzasadnić, że funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych;	potrafi podać niektóre własności funkcji kwadratowej (bez szkicowania jej wykresu) na podstawie wzoru funkcji w postaci kanonicznej (np. przedziały monotoniczności funkcji, równanie osi symetrii paraboli, zbiór wartości funkcji) oraz na podstawie wzoru funkcji w postaci iloczynowej (np. zbiór tych

PODSTAWOWE	
K	P
	argumentów, dla których funkcja przyjmuje wartości dodatnie czy ujemne);
potrafi sprawnie zamieniać wzór funkcji kwadratowej (wzór w postaci kanonicznej na wzór w postaci ogólnej i odwrotnie, wzór w postaci iloczynowej na wzór w postaci kanonicznej itp.)	potrafi napisać wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o jej wykresie;
interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje)	potrafi wyznaczyć najmniejszą oraz największą wartość funkcji kwadratowej w danym przedziale domkniętym;
potrafi naszkicować wykres dowolnej funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;	
potrafi na podstawie wykresu funkcji kwadratowej omówić jej własności;	
potrafi algebraicznie rozwiązywać równania kwadratowe z jedną niewiadomą;	
potrafi graficznie rozwiązywać równania i nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą;	
rozwiązuje algebraicznie nierówność kwadratową, jeżeli $\Delta > 0$	

potrafi rozwiązywać zadania optymalizacyjne	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem o podwyższonym stopniu trudności dotyczące własności funkcji kwadratowej;
potrafi rozwiązywać równania prowadzące do równań kwadratowych	potrafi rozwiązywać zadania na dowodzenie dotyczące własności funkcji kwadratowej;

WYKRACZAJĄCE
W
<i>potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów.</i>
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące funkcji kwadratowej, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
<i>potrafi opisywać zależności między wielkościami za pomocą funkcji kwadratowej;</i>	<i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania optymalizacyjne wykorzystujące własności funkcji kwadratowej.</i>
<i>potrafi rozwiązywać nietypowe zadania tekstowe z kontekstem praktycznym, stosując funkcję kwadratową;</i>	

#### IV. GEOMETRIA PŁASKA – OKRĘGI I KOŁA.

1	Okrąg. Położenie prostej i okręgu
2	Wzajemne położenie dwóch okręgów
3	Koła i kąty
4	Twierdzenie o stycznej i siecznej
5	Wybrane konstrukcje geometryczne
6	Symetralne boków trójkąta. Okrąg opisany na trójkącie
7	Dwusieczne kątów trójkąta. Okrąg wpisany w trójkąt

#### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna figury podstawowe (punkt, prosta, płaszczyzna, przestrzeń) i potrafi zapisać relacje między nimi;	zna twierdzenie Talesa; potrafi je stosować do podziału odcinka w danym stosunku, do konstrukcji odcinka o danej długości, do obliczania długości odcinka w prostych zadaniach;
zna pojęcie figury wypukłej i wklęsłej; potrafi podać przykłady takich figur;	zna twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa i potrafi je stosować do uzasadnienia równoległości odpowiednich odcinków lub prostych;
zna pojęcie figury ograniczonej i figury nieograniczonej, potrafi podać przykłady takich figur;	zna wnioski z twierdzenia Talesa i potrafi je stosować w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	zna podział trójkątów ze względu na boki i kąty;
zna określenie kąta i podział kątów ze względu na ich miarę;	umie określić na podstawie długości boków trójkąta, czy trójkąt jest ostrokątny, czy rozwartokątny;

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie kątów przyległych i kątów wierzchołkowych oraz potrafi zastosować własności tych kątów w rozwiązywaniu prostych zadań;	umie narysować wysokości w trójkącie i wie, że wysokości (lub ich przedłużenia) przecinają się w jednym punkcie - ortocentrum;
umie określić położenie prostych na płaszczyźnie;	zna twierdzenie o środkowych w trójkącie oraz potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
rozumie pojęcie odległości, umie wyznaczyć odległość dwóch punktów, punktu od prostej;	zna pojęcie środka ciężkości trójkąta;
zna pojęcie dwusiecznej kąta i symetralnej odcinka, potrafi zastosować własność dwusiecznej kąta oraz symetralnej odcinka w rozwiązywaniu prostych zadań,	zna twierdzenie o symetralnych boków w trójkącie;
umie skonstruować dwusieczną danego kąta i symetralną danego odcinka;	zna trzy cechy przystawiania trójkątów i potrafi je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna własności kątów utworzonych między dwiema prostymi równoległymi, przeciętymi trzecią prostą i umie zastosować je w rozwiązywaniu prostych zadań;	zna cechy podobieństwa trójkątów; potrafi je stosować do rozpoznawania trójkątów podobnych i przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi uzasadnić równoległość dwóch prostych, znajdując równe kąty odpowiadające;	umie obliczyć skalę podobieństwa trójkątów podobnych.
potrafi obliczyć sumę miar kątów w wielokącie;	
zna definicję koła i okręgu, poprawnie posługuje się terminami: promień, środek okręgu, cięciwa, średnica, łuk okręgu;	potrafi wykorzystywać twierdzenie o stycznej do okręgu przy rozwiązywaniu prostych zadań;
potrafi określić wzajemne położenie prostej i okręgu, podaje poprawnie nazwy siecznej i stycznej;	zna twierdzenia dotyczące kątów wpisanych i środkowych i umie je zastosować przy rozwiązywaniu prostych zadań

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicję stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o stycznej i siecznej w rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o stycznej do okręgu;	potrafi zastosować twierdzenie o cięciwach;
zna twierdzenie o odcinkach stycznych;	rozwiązuje zadania związane z okręgiem opisanym na trójkącie
umie określić wzajemne położenie dwóch okręgów;	rozwiązuje zadania dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny
posługuje się terminami: kąt wpisany w koło, kąt środkowy koła;	
zna twierdzenie o stycznej i siecznej;	
zna twierdzenie o cięciwach;	
zna pojęcia okręgu opisanego na trójkącie i okręgu wpisanego w trójkąt;	
potrafi opisać okrąg na trójkącie i wpisać okrąg w trójkąt;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
zna pojęcie łamanej, łamanej zwyczajnej, łamanej zwyczajnej zamkniętej;	potrafi udowodnić proste własności trójkątów, wykorzystując cechy przystawiania trójkątów;
zna definicję wielokąta;	potrafi uzasadnić, że symetralna odcinka jest zbiorem punktów płaszczyzny równoodległych od końców odcinka;
zna i potrafi stosować wzór na liczbę przekątnych wielokąta;	potrafi uzasadnić, że każdy punkt należący do dwusiecznej kąta leży w równej odległości od ramion tego kąta;
wie, jaki wielokąt nazywamy foremny;	potrafi udowodnić twierdzenie o symetralnych boków;

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące sumy miar kątów wewnętrznych wielokąta wypukłego;	potrafi stosować cechy podobieństwa trójkątów do rozwiązania zadań z wykorzystaniem innych, wcześniej poznanych własności;
potrafi udowodnić, że suma miar kątów zewnętrznych wielokąta wypukłego jest stała;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące trójkątów, z zastosowaniem poznanych do tej pory twierdzeń;
zna zależności między bokami w trójkącie (nierówności trójkąta) i stosuje je przy rozwiązywaniu zadań;	potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;
potrafi udowodnić twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej ( tw. Pitagorasa, tw. Talesa,
zna i umie zastosować w zadaniach własność wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną;	
potrafi skonstruować styczną do okręgu, przechodzącą przez punkt leżący w odległości większej od środka okręgu niż długość promienia okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
potrafi skonstruować styczną do okręgu przechodzącą przez punkt leżący na okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania dotyczące położenia dwóch okręgów;
wie, co to jest kąt dopisany do okręgu;	potrafi rozwiązywać zadania złożone, wymagające wykorzystania równocześnie kilku poznanych własności;
zna twierdzenie o kątach wpisanych i dopisanych do okręgu, opartych na tym samym łuku;	potrafi rozwiązywać zadania o dotyczące stycznych i siecznych;
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące okręgów, stycznych, kątów środkowych, wpisanych i	przeprowadza dowody dotyczące okręgu wpisanego w trójkąt oraz okręgu opisanego na trójkącie;



DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
dopisanych, z zastosowaniem poznanych twierdzeń;	
potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności dotyczące położenia dwóch okręgów;	
potrafi przeprowadzać konstrukcje geometryczne	
stosuje własności środka okręgu opisanego na trójkącie w zadaniach	
rozwiązuje zadania związane z okręgiem wpisanym w trójkąt;	

umie udowodnić twierdzenia o kątach środkowych i wpisanych w koło;

umie udowodnić twierdzenie o kącie dopisanym do okręgu;

umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;
zna i potrafi udowodnić twierdzenie o dwusiecznych kątów przyległych;
umie udowodnić własności figur geometrycznych w oparciu o poznane twierdzenia.
potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, dotyczących trójkątów, z wykorzystaniem poznanych twierdzeń;
potrafi udowodnić twierdzenie o środkowych w trójkącie;
potrafi udowodnić twierdzenie dotyczące wysokości w trójkącie prostokątnym, poprowadzonej na przeciwprostokątną.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem poznanych pojęć geometrii;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące odcinków, prostych, półprostych, kątów i kół, w tym z zastosowaniem poznanych twierdzeń;

## V. TRYGNOMETRIA.

1	Sinus, cosinus, tangens i cotangens dowolnego kąta
2	Podstawowe tożsamości trygonometryczne
3	Wybrane wzory redukcyjne
4	Kąt skierowany. Miara łukowa kąta
5	Funkcje trygonometryczne zmiennej rzeczywistej
6	Wykresy funkcji trygonometrycznych

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna definicje funkcji trygonometrycznych w trójkącie prostokątnym;	potrafi obliczać wartości wyrażeń zawierających funkcje trygonometryczne kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;
potrafi obliczyć wartości funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym o danych długościach boków;	zna zależności między funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta ostrego;
potrafi korzystać z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);	potrafi obliczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta wypukłego, gdy dana jest jedna z nich;
potrafi rozwiązywać trójkąty prostokątne;	
zna wartości funkcji trygonometrycznych kątów o miarach $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ ;	
zna definicje funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta;	potrafi stosować wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ w obliczaniu wartości wyrażeń;
potrafi obliczać wartości funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dane są współrzędne punktu leżącego na drugim ramieniu kąta	umie zbudować w układzie współrzędnych dowolny kąt o mierze $\alpha$ , gdy dana jest wartość jednej funkcji trygonometrycznej tego kąta;

zna tożsamości i związki pomiędzy funkcjami trygonometrycznymi tego samego kąta;	potrafi posługiwać się definicjami funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta w rozwiązywaniu zadań;
Zna wzory redukcyjne kątów: $90^\circ \pm \alpha$ ; $180^\circ \pm \alpha$ ;	potrafi wyznaczyć wartości pozostałych funkcji trygonometrycznych kąta, gdy dana jest jedna z nich;
	potrafi upraszczać wyrażenia zawierające funkcje trygonometryczne;

### DOPEŁNIAJĄCE

R	D
potrafi skonstruować kąt, jeżeli dana jest wartość jednej z funkcji trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wiedzę o figurach geometrycznych oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi przeprowadzać dowody tożsamości trygonometrycznych;	potrafi rozwiązywać zadania o średnim stopniu trudności, wykorzystując wcześniej zdobytą wiedzę (np. wzory skróconego mnożenia) oraz trygonometrię kąta ostrego;
potrafi rozwiązywać zadania z kontekstem praktycznym stosując trygonometrię kąta ostrego;	
potrafi stosować podstawowe tożsamości trygonometryczne (dla dowolnego kąta, dla którego funkcje trygonometryczne są określone)	potrafi rozwiązywać trudne zadania, korzystając ze wzorów redukcyjnych;
potrafi dowodzić tożsamości trygonometryczne;	potrafi rozwiązywać trudne zadania, wykorzystując podstawowe tożsamości trygonometryczne;
potrafi stosować wybrane wzory redukcyjne w zadaniach o podwyższonym stopniu trudności;	

**WYKRACZAJĄCE****W**

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności, wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod.

potrafi rozwiązywać różne zadania z innych działów matematyki, w których wykorzystuje się wiadomości i umiejętności z trygonometrii.

**VI. GEOMETRIA ANALITYCZNA.**

1	Odcinek w układzie współrzędnych
2	Równanie kierunkowe prostej
3	Równanie ogólne prostej
4	Równanie okręgu
5	Wyznaczanie w układzie współrzędnych punktów wspólnych prostych, okręgów i parabol
6	Zastosowanie układów równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej

**Uczeń:****PODSTAWOWE**

<b>K</b>	<b>P</b>
wie, jaką zależność między dwiema wielkościami zmiennymi nazywamy proporcjonalnością prostą;	potrafi naszkicować wykres funkcji kawałkami liniowej i na jego podstawie omówić własności danej funkcji;
potrafi wskazać współczynnik proporcjonalności;	potrafi wyznaczyć algebraicznie miejsca zerowe funkcji kawałkami liniowej oraz współrzędne punktu wspólnego wykresu funkcji i osi OY;
rozwiązuje zadania tekstowe z zastosowaniem proporcjonalności prostej;	potrafi wyznaczyć algebraicznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja kawałkami liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne);
zna pojęcie i wzór funkcji liniowej;	potrafi obliczyć wartość funkcji kawałkami liniowej dla podanego argumentu;
potrafi interpretować współczynniki we wzorze funkcji liniowej (monotoniczność, położenie wykresu funkcji liniowej w ćwiartkach układu współrzędnych, zależność współrzędnych punktu przecięcia wykresu z osią y od współczynnika b);	potrafi napisać wzór funkcji liniowej, której wykres jest równoległy do wykresu danej funkcji liniowej i przechodzi przez punkt o danych współrzędnych;
potrafi sporządzić wykres funkcji liniowej danej wzorem;	potrafi stosować wiadomości o funkcji liniowej do opisu zjawisk z życia codziennego (podać opis matematyczny zjawiska w postaci wzoru funkcji liniowej, odczytać informacje z wykresu lub

PODSTAWOWE	
K	P
	wzoru, zinterpretować je, przeanalizować i przetworzyć);
potrafi wyznaczyć algebraicznie i graficznie zbiór tych argumentów, dla których funkcja liniowa przyjmuje wartości dodatnie (ujemne, niedodatnie, nieujemne);	
potrafi sprawdzić algebraicznie, czy punkt o danych współrzędnych należy do wykresu funkcji liniowej;	
potrafi podać własności funkcji liniowej na podstawie wykresu tej funkcji;	
zna twierdzenie o współczynniku kierunkowym (wzór);	
potrafi znaleźć wzór funkcji liniowej o zadanych własnościach;	
potrafi napisać wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie;	
zna i rozumie pojęcie współliniowości punktów;	
potrafi obliczyć długość odcinka, znając współrzędne jego końców	potrafi wyznaczyć miarę kąta nachylenia do osi OX prostej opisanej równaniem kierunkowym;
zna definicję równania kierunkowego prostej oraz znaczenie współczynników występujących w tym równaniu (w tym również związek z kątem nachylenia prostej do osi OX);	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej znając jej kąt nachylenia do osi OX i współrzędne punktu, który należy do prostej;
zna definicję równania ogólnego prostej;	potrafi napisać równanie kierunkowe prostej przechodzącej przez dane dwa punkty (o różnych odciętych);
potrafi napisać równanie ogólne prostej przechodzącej przez dwa punkty;	potrafi stosować warunek równoległości oraz prostopadłości prostych opisanych równaniami kierunkowymi/ogólnymi do wyznaczenia równania prostej równoległej/prostopadłej i przechodzącej przez dany punkt;

PODSTAWOWE	
K	P
zna warunek równoległości oraz prostopadłości prostych danych równaniami kierunkowymi/ogólnymi;	potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci zredukowanej do kanonicznej;
rozpoznaje równanie okręgu w postaci kanonicznej i zredukowanej;	potrafi napisać równanie okręgu mając trzy punkty należące do tego okręgu;
potrafi sprowadzić równanie okręgu z postaci kanonicznej do zredukowanej;	potrafi określić wzajemne położenie prostej o danym równaniu względem okręgu o danym równaniu (po wykonaniu stosownych obliczeń);
potrafi odczytać z równania okręgu współrzędne środka i promień okręgu;	potrafi określić wzajemne położenie dwóch okręgów danych równaniami (na podstawie stosownych obliczeń);
potrafi napisać równanie okręgu, gdy zna współrzędne środka i promień tego okręgu;	
umie sprawdzić czy punkt należy do okręgu w postaci kanonicznej oraz zredukowanej;	
potrafi narysować w układzie współrzędnych okrąg na podstawie danego równania opisującego okrąg;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi udowodnić, na podstawie definicji, niektóre własności funkcji liniowej, takie jak: monotoniczność, różnowartościowość itp.;	potrafi przeprowadzić dyskusję liczby rozwiązań równania liniowego z parametrem (z dwoma parametrami) interpretującego liczbę miejsc zerowych/monotoniczność funkcji liniowej;
potrafi wyznaczać parametr we współczynnikach wzoru funkcji liniowej, znając jej miejsce zerowe lub punkt punkt należący do jej wykresu;	sprawdzić czy podane trzy punkty są współliniowe
	rozwiązywać trudniejsze zadania z kontekstem praktycznym dotyczące funkcji liniowej;

	<i>zna definicję wektora na płaszczyźnie (bez układu współrzędnych);</i>
	<i>wie, jakie wektory są równe, a jakie przeciwne;</i>
	<i>potrafi wektory dodawać, odejmować i mnożyć przez liczbę;</i>
	<i>zna prawa dotyczące działań na wektorach;</i>
	<i>potrafi stosować wiedzę o wektorach w rozwiązywaniu zadań geometrycznych;</i>
potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące równoległości/prostopadłości prostych	potrafi rozwiązywać zadania z parametrem dotyczące punktu przecięcia prostych;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych prostej i okręgu lub stwierdzić, że prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych;	potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o wysokim stopniu trudności;
potrafi obliczyć współrzędne punktów wspólnych paraboli i okręgu;	potrafi rozwiązać różne zadania dotyczące okręgów, w których konieczne jest zastosowanie wiadomości z różnych działów matematyki;
potrafi rozwiązywać algebraicznie oraz podać jego interpretację graficzną układ równań;	
potrafi zastosować układy równań do rozwiązywania zadań z geometrii analitycznej o średnim stopniu trudności;	

### WYKRACZAJĄCE

#### W

<i>rozwiązuje zadania nietypowe dotyczące funkcji liniowej o podwyższonym stopniu trudności;</i>
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej o podwyższonym stopniu trudności
potrafi rozwiązywać zadania z geometrii analitycznej wymagające nieszablonowych rozwiązań;

## VII. GEOMETRIA PŁASKA – ROZWIĄZYWANIE TRÓJKĄTÓW, POLE KOŁA, POLE TRÓJKĄTA.

1	Twierdzenie sinusów
2	Twierdzenie cosinusów
3	Zastosowanie twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów do rozwiązywania zadań
4	Pole figury geometrycznej
5	Pole trójkąta, cz.1
6	Pole trójkąta, cz.2
7	Pola trójkątów podobnych
8	Pole koła, pole wycinka koła
9	Zastosowanie pojęcia pola w dowodzeniu twierdzeń

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna twierdzenie sinusów;	potrafi stosować twierdzenie sinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
zna twierdzenie cosinusów;	potrafi stosować twierdzenie cosinusów w rozwiązywaniu trójkątów;
rozumie pojęcie pola figury; zna wzór na pole kwadratu i pole prostokąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na pole trójkąta i poznane wcześniej twierdzenia;
zna co najmniej 4 wzory na pola trójkąta;	potrafi rozwiązywać proste zadania geometryczne dotyczące trójkątów, wykorzystując wzory na ich pola i poznane

	wcześniej twierdzenia, w szczególności twierdzenie Pitagorasa oraz własności okręgu wpisanego w trójkąt i okręgu opisanego na trójkącie;
potrafi obliczyć wysokość trójkąta, korzystając ze wzoru na pole;	potrafi stosować twierdzenia o polach figur podobnych przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna twierdzenie o polach figur podobnych;	umie zastosować wzory na pole koła i pole wycinka koła przy rozwiązywaniu prostych zadań;
zna wzór na pole koła i pole wycinka koła;	
wie, że pole wycinka koła jest wprost proporcjonalne do miary odpowiadającego mu kąta środkowego koła i jest wprost proporcjonalne do długości odpowiadającego mu łuku okręgu oraz umie zastosować tę wiedzę przy rozwiązywaniu prostych zadań	

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne, wykorzystując cechy podobieństwa trójkątów, twierdzenie o polach figur podobnych;	
---	--

### WYKRACZAJĄCE

#### W

potrafi rozwiązywać zadania o podwyższonym stopniu trudności lub wymagające niekonwencjonalnych pomysłów i metod rozwiązywania.
potrafi udowodnić twierdzenie Pitagorasa oraz twierdzenie Talesa z wykorzystaniem pól odpowiednich trójkątów;
potrafi rozwiązywać nietypowe zadania geometryczne o podwyższonym stopniu trudności z wykorzystaniem wzorów na pola figur i innych twierdzeń

### DOPEŁNIAJĄCE

#### R

#### D

potrafi stosować twierdzenie sinusów w zadaniach geometrycznych;

potrafi stosować w danym zadaniu geometrycznym twierdzenie sinusów i cosinusów;

potrafi stosować twierdzenie cosinusów w zadaniach geometrycznych;

rozwiązuje zadania dotyczące trójkątów, w których wykorzystuje twierdzenia poznane wcześniej (tw. Pitagorasa, tw. Talesa, tw. sinusów, tw. cosinusów, twierdzenia o kątach w kole, itp.)

potrafi rozwiązywać zadania geometryczne o średnim stopniu trudności, stosując wzory na pola trójkątów, w tym również z wykorzystaniem poznanych wcześniej własności trójkątów;

potrafi dowodzić twierdzenia, w których wykorzystuje pojęcie pola.

## VIII. WIELOMIANY

1	Wielomiany jednej zmiennej rzeczywistej
2	Dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów
3	Równość wielomianów
4	Wzory skróconego mnożenia stopnia 3. Wzór $a^n - b^n$
5	Podzielność wielomianów
6	Dzielenie wielomianów przez dwumian liniowy. Schemat Hornera
7	Dzielenie wielomianów przez wielomiany stopnia większego od 1
8	Pierwiastek wielomianu. Twierdzenie Bezouta
9	Pierwiastki wymierne wielomianu
10	Pierwiastek wielokrotny
11	Rozkład wielomianu na czynniki
12	Równania wielomianowe
13	Zadania prowadzące do równań wielomianowych
14	Równania wielomianowe z parametrem
15	Funkcje wielomianowe
16	Nierówności wielomianowe

### Uczeń:

PODSTAWOWE	
K	P
zna pojęcie jednomianu jednej zmiennej;	potrafi sprawdzić czy wielomiany są równe;

potrafi wskazać jednomiany podobne;	potrafi rozwiązywać proste zadania, w których wykorzystuje się twierdzenie o równości wielomianów;
potrafi rozpoznać wielomian jednej zmiennej rzeczywistej;	sprawnie przekształca wyrażenia zawierające wzory skróconego mnożenia stopnia 3;
potrafi uporządkować wielomian (malejąco lub rosnąco);	potrafi usunąć niewymierność z mianownika ułamka, stosując wzór skróconego mnożenia na sumę (różnicę sześciątów)
potrafi określić stopień wielomianu jednej zmiennej;	potrafi zastosować wzór $a^n - b^n$
potrafi podać przykład wielomianu uporządkowanego, określonego stopnia	potrafi podzielić wielomian przez dwumian liniowy za pomocą schematu Hornera;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danego argumentu;	potrafi sprawdzić, czy podana liczba jest pierwiastkiem wielomianu;
potrafi obliczyć wartość wielomianu dla danej wartości zmiennej;	potrafi stosować twierdzenie Bezouta w rozwiązywaniu zadań;
potrafi wykonać dodawanie, odejmowanie i mnożenie wielomianów;	potrafi stosować twierdzenie o reszcie w rozwiązywaniu zadań;
rozumie pojęcie wielomianów równych i potrafi podać przykłady takich wielomianów;	potrafi wyznaczyć wielomian, który jest resztą z dzielenia wielomianu o danych własnościach przez inny wielomian;
potrafi rozpoznać wielomiany równe;	potrafi rozłożyć wielomian na czynniki gdy ma podany jeden z pierwiastków wielomianu i konieczne jest znalezienie pozostałych z wykorzystaniem twierdzenia Bezouta;
zna następujące wzory skróconego mnożenia:	potrafi rozwiązywać równania wielomianowe, które wymagają umiejętności rozkładania wielomianów na czynniki poprzez wyłączanie wspólnego czynnika przed nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia lub metody grupowania wyrazów;
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	potrafi rozwiązywać nierówności wielomianowe (korzystając z siatki

	znaków, posługując się przybliżonym wykresem funkcji wielomianowej) w przypadku gdy wielomian jest przedstawiony w postaci iloczynowej;
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ;	
zna wzór $a^n - b^n$	
potrafi podzielić wielomian przez dwumian	
potrafi podzielić wielomian przez dowolny wielomian;	
potrafi określić krotność pierwiastka wielomianu;	
zna twierdzenie Bezouta;	
zna twierdzenie o reszcie;	
potrafi rozłożyć wielomian na czynniki poprzez wyłączenie wspólnego czynnika poza nawias, zastosowanie wzorów skróconego mnożenia, zastosowanie metody grupowania wyrazów;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
potrafi wyznaczyć wartość parametru dla którego wielomiany są równe;	potrafi rozwiązywać zadania tekstowe prowadzące do równań i nierówności wielomianowych;
potrafi sprawnie wykonywać działania na wielomianach;	
rozkłada wyrażenia na czynniki stosując wzory skróconego mnożenia na sześciany;	

DOPEŁNIAJĄCE	
R	D
stosuje wzory skróconego mnożenia na sześciany do rozwiązywania różnych zadań;	
przeprowadza dowody algebraiczne z wykorzystaniem wzorów skróconego mnożenia stopnia wyższego niż 2;	
potrafi wykorzystać podzielność wielomianów w rozwiązywaniu zadań;	
zna i potrafi stosować twierdzenie o wymiernych pierwiastkach wielomianu o współczynnikach całkowitych;	
potrafi sprawnie rozkładać wielomiany na czynniki (w tym stosując „metodę prób”);	
potrafi rozwiązywać równania i nierówności wielomianowe;	

WYKRACZAJĄCE
W
potrafi rozwiązywać różne problemy dotyczące wielomianów, które wymagają niestandardowych metod pracy oraz niekonwencjonalnych pomysłów

**Zakłada się, że uczeń spełnia wymagania edukacyjne z matematyki określone na poprzednich etapach edukacji (treści zapisane kursywą, zaznaczone kolorem szarym) i korzysta z nich przy rozwiązywaniu zadań.**